

Store tals lov

Store tals lov er en fundamental sandsynlighedsteoretisk lov, og den udgør den teoretiske baggrund for at kunne bestemme sandsynligheder for eksperimenter, der gentages mange gange. Den udtrykker, at når et tilfældigt eksperiment udføres et stort antal gange, så vil resultaternes gennemsnit nærme sig det forventede resultat. Sætningen blev vist af Jacob Bernoulli, og blev publiceret i 1713, otte år efter forfatterens død.

I et binomialeksperiment (se Binomialfordelingen), som et spil på "7" på en roulette, kan man udtrykke store tals lov således:

Hvis et udfald med sandsynligheden p i et binomialeksperiment indtræffer r gange i n forsøg, så vil

frekvensen $\frac{r}{n}$ være nær ved sandsynligheden p , når n er et stort tal. Jo flere gange eksperimentet udføres, des nærmere kommer frekvensen på sandsynligheden (se også opgave 3).

Som et eksempel betragtes spil på roulette. Et roulettehjul er normalt nummereret fra 0 til 36, altså er der 37 udfald. Halvdelen af numrene er sorte og den anden halvdel er røde - dog er nul grøn. Man kan så gøre en indsats på et enkelt nummer eller på forskellige kombinationer af numre eller på en farve.

Indholdet af store tals lov er, at ved mange spil på rouletten, vil "7" være tæt på at komme ud en syvogtredivtedel af gangene. Man vil altså i det lange løb tabe, da forholdet mellem gevinst og sandsynlighed er $36/37$, og altså ikke helt symmetrisk. Spiller man f.eks. samme beløb i 20 roulettespil vil

man i gennemsnit have tabt $100kr \cdot \left(\frac{1}{37}\right) \cdot 20 = 54,05 kr$, eller mere end halvdelen af det beløb, man har spillet for hver gang.

Betragter man gennem længere tid en roulette og bemærker, at "7" ikke er kommet i lang tid, vil man føle, at det snart må være tiden, hvor "7" kommer. Begrundelsen for denne fornemmelse er naturligvis, at "7" idet lange løb skal komme ud hver syvogtredivte gang - men en roulette har ingen hukommelse, så hver

gang der spilles, er sandsynligheden $\frac{1}{37}$ for at 7 kommer ud.

Man har altså den paradoksale situation:

- Ethvert spil er uafhængigt af de forrige, så rouletten kan derfor ikke rette op, hvis et tal er kommet ud mange gange i de foregående spil.
- I løbet af mange spil kommer hvert nummer ud i en syvogtredivtedel af tilfældene i følge **store tals lov**.

Dette tilsyneladende paradoks forklares ved, at afvigelseme ikke rettes op, men når spillet gentages mange gange bliver afvigelsen ubetydelig.