Kombinatorik

I kortspillet Poker får hver spiller 5 kort. For at kunne vurdere sandsynligheden for forskellige kortkombinationer, må man bl.a. kunne tælle, på hvor mange forskellige måder, man kan vælge 5 kort.

Det er nødvendigt, at kunne finde antal gunstige udfald for en bestemt kortkombination og antal mulige udfald. I praksis kan det ofte være vanskeligt. Det er derfor vigtigt at beskæftige sig med generelle tællemetoder til bestemmelse af disse antal. Disse tællemetoder kaldes **kombinatorik**.

Antallet af forskellige måder hvorpå man kan opstille n elementer i rækkefølge er lig med:

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot \cdots \cdot 2 \cdot 1$$

Tallet *n!* læses "n fakultet".

Antallet af måder, hvorpå man i en bestemt rækkefølge kan udtage r objekter af en mængde på med n objekter er

$$P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$P_{n,r}$ kaldes for antallet af **permutationer**.

Hvis rækkefølgen af de udtagne objekter er ligegyldig, er antallet af måder, hvorpå man kan udtage r objekter af en mængde med n objekter givet ved:

$$K_{n,r} = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

$K_{n,r}$ kaldes en binomialkoefficient[1] eller antallet af **kombinationer**, og den skrives også på formen $\binom{n}{r}$.

Man kan nu beregne hvor mange pokerhænder, der findes i alt. Vælger man 5 kort ud blandt 52, er antallet af **mulige** kortkombinationer lig med:

$$K_{52,5} = \frac{52!}{5!\,(52-5)!} = 2\,598\,960$$

En af kortkombinationerne er "fuldt hus". Her får spilleren 3 kort af én talværdi og 2 kort af en anden. Et fuldt hus kan f.eks. bestå af 3 damer og 2 niere. Antal **gunstige** kortkombinationer er:

$$K_{13,1} \cdot K_{4,3} \cdot K_{13,1} \cdot K_{4,2} = 3\,744$$

Dette kan indses ved, at man først vælger én talværdi ud af de 13 til 3 ens. Man vælger dernæst tre farver ud af de fire med denne talværdi. Dernæst er der 12 talværdier tilbage, hvoraf man vælger én til parret. Af de fire farver med denne talværdi vælges to, dvs. der bliver i alt 3744 måder, hvorpå man kan få et fuldt hus.

Sandsynligheden for kortkombinationen "fuldt hus" er derfor bestemt ved

$$P(fuldt\ hus) = \frac{antal\ gunstige\ kortkombinationer}{antal\ mulige\ kortkombinationer} = \frac{3\,744}{2\,598\,960} = 0{,}00144 = 0{,}144\%$$